

## การเปรียบเทียบสถิติทดสอบสำหรับตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุล On a Comparison of Test Statistics for One-Way Unbalanced Random Effect Model

จิรพรรณ ทองแท่น และยงยุทธ ไชยพงศ์<sup>1</sup>  
Jeeraphan Thongthan<sup>1</sup> and Yongyut Chaiyaphong<sup>1</sup>

### บทคัดย่อ

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบสถิติทดสอบสำหรับตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุล ภายใต้สถิติทดสอบเอฟที่เอนเอียงกับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่ที่ไม่เอนเอียงสำหรับตัวแบบ  $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$  เมื่อความคลาดเคลื่อน ( $\varepsilon_{ij}$ ) และ ผลกระทบจากวิธีการทดลอง ( $\alpha_i$ ) มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระต่อกันที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma^2$  และ  $\sigma_\alpha^2$  ตามลำดับ โดยใช้เกณฑ์ในการตัดสิน คือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) และอำนาจการทดสอบ (Power of the Test)

ในการศึกษาได้กำหนดจำนวนวิธีทดลองเท่ากับ 3, 4 และ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละวิธีการทดลองไม่เท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ( $\alpha$ ) เท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 มีค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร 5%, 10%, 15% และ 20% อัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของวิธีทดลองกับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ( $\lambda$ ) มีค่า 1, 10 และ 100 ซึ่งได้จำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Minitab 15 โดยทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

ผลการวิจัยในครั้งนี้สรุปได้ว่า สถิติทดสอบเอฟมีความเหมาะสมสำหรับกรณีที่  $\lambda = 1$  เนื่องจากให้ค่าอำนาจของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเอฟที่ทำการปรับปรุงใหม่ ขณะที่สถิติทั้งสองให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกันทุกระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ส่วนสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่มีความเหมาะสมสำหรับกรณีที่  $\lambda = 100$ ,  $\alpha = 0.05$  และ 0.1 เนื่องจากให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าสถิติทดสอบเอฟ ขณะที่สถิติทั้งสองให้ค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกัน

**คำสำคัญ :** ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 อำนาจการทดสอบ

### ABSTRACT

The objective of this study is to compare of test statistics for One-Way unbalanced random effect model based on conventional and bias adjusted F statistic variance. The model can be formulated as  $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$ . Assume  $\alpha_i$  and  $\varepsilon_{ij}$  are normally and independently with mean 0 and variances  $\sigma^2$  and  $\sigma_\alpha^2$  respectively. The probability of type I error and the power of the test are measure for comparison of test statistics.

<sup>1</sup> ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ เชียงใหม่ 50200

<sup>1</sup> Department of Statistic, Faculty of Science, Chiang Mai University, Chiang Mai 50200

In this study. The data are simulated with 3, 4 and 5 treatment, The sample size unequal. The difference of data are less, medium and large. The level of significance in the hypothesis testing are 0.01, 0.05 and 0.1. The coefficients of variation are 5%, 10%, 15% and 20%. The ratio between the treatment and error variance are 1, 10 and 100. The data in this study are simulated by Minitab 15 with 1,000 repetitions for each case. The results of this study are as follows:

F-Test statistic is appropriate for  $\lambda = 1$  and all significance level, since it's the power of the test higher than modified F-Test statistic while both statistics to give the probability of type I error are appropriately equal. Where modified F-Test statistic is appropriate for  $\lambda = 100$ ,  $\alpha = 0.05$  and 0.1, since its the probability of type I error lower than F-Test statistic while both statistics to give the power of the test are appropriately equal.

**Keywords :** probability of type I error, power of the test

E-mail : jeeraphan.tae@hotmail.com

## คำนำ

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร เมื่อจำนวนประชากรที่จะศึกษามีหนึ่งหรือสองกลุ่ม สถิติทดสอบที่ใช้ได้แก่ Z-Test หรือ T-Test ต่อมาในปี ค.ศ. 1934 Sir R.A Fisher นักสถิติชาวอังกฤษ จึงได้เสนอวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับ ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่าสองประชากร ด้วยการวิเคราะห์ที่เรียกว่า การวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance : ANOVA) สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ สถิติทดสอบเอฟ (F-Test) โดยในการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้จะแยกความผันแปร (Variation) ทั้งหมดที่เกิดขึ้นเป็นส่วนๆ ตามแหล่งที่มาของความแปรผัน ซึ่งมีข้อตกลงเบื้องต้นว่า ตัวอย่างต้องถูกสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ แต่ละประชากรต้องเป็นอิสระต่อกันและมีความแปรปรวนเท่ากัน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนจะศึกษาภายใต้ตัวแบบเชิงเส้น  $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$ ;  $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_i$  เมื่อ  $\mu$  คือ พารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวม,  $\alpha_i$  คือ พารามิเตอร์ผลกระทบจากวิธีทดลองที่  $i$ ,  $\varepsilon_{ij}$  คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่มที่เกิดจากวิธีทดลองที่  $i$  หน่วยทดลองที่  $j$ ,  $k$  คือ จำนวนวิธีทดลอง,  $n_i$  คือ จำนวนหน่วยทดลองในแต่ละวิธีทดลองที่  $i$

โดยทั่วไปตัวแบบเชิงเส้นจะมี 2 ตัวแบบคือ ตัวแบบอิทธิพลแบบกำหนด (Fixed Effect Model : Model I) คือตัวแบบที่วิธีทดลองที่ใช้ในการทดลองได้ถูกกำหนดไว้ล่วงหน้า ดังนั้น ข้อสรุปทั้งหลายที่ได้จากการทดลองจึงอธิบายได้เฉพาะวิธีทดลองที่อยู่ในการทดลองนั้น ซึ่งจะกำหนดให้  $\alpha_i$  เป็นค่าคงที่ที่เกิดจาก  $\mu_i - \mu$  และตัวแบบอิทธิพลสุ่ม (Random Effect Model : Model II) คือตัวแบบที่วิธีทดลองที่อยู่ในการทดลองนั้น ได้มาจากการสุ่มจากประชากรของวิธีทดลองทั้งหมด ซึ่งจะกำหนดให้  $\alpha_i$  จะเป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma_\alpha^2$  โดยทั้ง 2 ตัวแบบมีข้อสมมติของ  $\varepsilon_{ij}$  เหมือนกัน คือ  $\varepsilon_{ij}$  ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma^2$

ลักษณะของข้อมูลที่น่ามาวิเคราะห์จะมี 2 ลักษณะ ได้แก่ ข้อมูลที่สมดุล (Balanced Data) คือ ข้อมูลที่มีจำนวนขนาดตัวอย่างเท่ากันในแต่ละปัจจัยทดลองและข้อมูลที่ไม่สมดุล (Unbalanced Data) คือ ข้อมูลที่มีจำนวนขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันในแต่ละปัจจัยทดลอง

สถิติทดสอบเอฟที่ใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนนี้จะคำนวณมาจากผลหารของความแปรปรวนระหว่างกลุ่มกับความแปรปรวนภายในกลุ่มสามารถเขียนให้อยู่ในรูป  $F = MSTr / MSE$  ซึ่งเมื่อพิจารณาตัวแบบอิทธิพลสุ่มเมื่อข้อมูลไม่สมดุลจะพบว่า ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนระหว่างปัจจัยทดลอง  $MSTr$  เป็นตัวประมาณที่เอนเอียงสำหรับ  $\sigma_{\alpha}^2$  ซึ่งอาจส่งผลทำให้ค่า  $F$  ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นต่อมา Vardeman และ Wendelberger (2005) ได้นำเสนอตัวประมาณ  $MSTr - \left( (1/k) \sum_{i=1}^k (1/n_i) \right) MSE$  ที่เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงสำหรับ  $\sigma_{\alpha}^2$  ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จะทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบเอฟ  $F = MSTr / MSE$  กับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่  $MF = \left( MSTr - \left( (1/k) \sum_{i=1}^k (1/n_i) \right) MSE \right) / MSE$  เพื่อหาตัวสถิติทดสอบที่มีความเหมาะสมสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุล

### อุปกรณ์และวิธีการ

การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาและเปรียบเทียบสถิติทดสอบสำหรับตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุล 2 วิธี คือ

1) สถิติทดสอบเอฟ :  $F = MSTr / MSE$

2) สถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่ :  $MF = \left( MSTr - \left( (1/k) \sum_{i=1}^k (1/n_i) \right) MSE \right) / MSE$

โดยจะพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ สำหรับการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 นั้น จะใช้เกณฑ์ของ Bradley (Bradley, 1978) ถ้าตัวสถิติทดสอบตัวใดที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าและให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด จะสรุปว่าเป็นตัวสถิติทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนจากผลกระทบของวิธีการทดลองในตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุลที่เหมาะสมที่สุด เมื่อความคลาดเคลื่อนและผลกระทบจากวิธีการทดลองให้มีการแจกแจงปกติและเป็นอิสระต่อกันที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ  $\sigma^2$  และ  $\sigma_{\alpha}^2$  ตามลำดับ ในการศึกษาได้กำหนดจำนวนวิธีทดลองเท่ากับ 3, 4 และ 5 ขนาดตัวอย่างในแต่ละวิธีการทดลองให้มีขนาดไม่เท่ากัน ความแตกต่างของข้อมูลให้มีระดับ น้อย ปานกลาง มาก ตามความแตกต่างของขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม (น้อยหมายถึงมีความแตกต่างของขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มน้อยกว่า 5, ปานกลางหมายถึงมีความแตกต่างของขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มน้อยกว่า 10, มากหมายถึงมีความแตกต่างของขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มน้อยกว่า 20) ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01, 0.05 และ 0.1 มีค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร 5%, 10%, 15% และ 20% องค์ประกอบความแปรปรวนกำหนดให้อยู่ในรูปอัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของวิธีทดลองกับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่า 1, 10 และ 100 ซึ่งได้จำลองข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Minitab 15 โดยทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์

## ผลการทดลองและวิจารณ์

สำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความแปรปรวนจากผลกระทบของวิธีการทดลองในตัวแทนปัจจัยสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุด้วยตัวสถิติทดสอบ 2 วิธี คือ สถิติทดสอบเอฟ ( $F$ ) และสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่ ( $MF$ ) ผลการทดลองจะเสนอเป็น 2 ส่วน ดังนี้

### 1. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

การเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ดังตารางที่ 1 พบว่าที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01 สถิติทดสอบทั้งสองมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกัน และที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.05 และ 0.1 สถิติเอฟที่ปรับปรุงใหม่มีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าสถิติเอฟ

เมื่อพิจารณาในภาพรวม พบว่าเมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบเพิ่มขึ้น สถิติเอฟที่ปรับปรุงใหม่มีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าสถิติเอฟ และสถิติทดสอบทั้งสองสามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณีเมื่อจำนวนวิธีทดลองเท่ากับ 3 4 และ 5

### 2. อำนาจของการทดสอบ

การเปรียบเทียบอำนาจของการทดสอบดังตารางที่ 2 พบว่า ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01, 0.05 และ 0.1 ของการทดสอบ เมื่ออัตราส่วนของความแปรปรวนจากวิธีทดลองกับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ( $\lambda$ ) มีค่าเท่ากับ 1 สถิติเอฟมีค่าอำนาจของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่ และเมื่อ  $\lambda = 100$  สถิติทดสอบทั้งสองมีค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกัน

การศึกษาครั้งนี้ได้แสดงผลการวิเคราะห์ ในกรณีที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 0.01, 0.05 และ 0.1 จำนวนวิธีทดลองเท่ากับ 3, 4 และ 5 ค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร 10%, 15% และ 20% ความแตกต่างของข้อมูลให้มีระดับ น้อย ปานกลาง มาก อัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของวิธีทดลองกับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ( $\lambda$ ) มีค่า 1, 10 และ 100 ดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบเอฟกับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่

k	C.V.%	ความแตกต่าง	$n_i$	$\alpha = 0.01$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.1$	
				F	MF	F	MF	F	MF
3	10	น้อย	2 2 3	0.013	0.013	0.044	0.040	0.096	0.098
			18 18 20	0.010	0.010	0.060	0.058	0.115	0.109
			31 32 33	0.006	0.006	0.043	0.042	0.090	0.089
		ปานกลาง	3 3 9	0.008	0.008	0.055	0.049	0.103	0.095
			18 23 23	0.011	0.011	0.048	0.044	0.107	0.105
			31 32 36	0.011	0.011	0.049	0.048	0.100	0.100
		มาก	3 3 12	0.014	0.011	0.056	0.046	0.100	0.085
			23 28 29	0.008	0.008	0.048	0.047	0.111	0.107
			45 46 50	0.009	0.009	0.043	0.042	0.092	0.089
	15	น้อย	2 2 3	0.011	0.010	0.058	0.047	0.098	0.089
			18 18 20	0.013	0.011	0.047	0.045	0.106	0.104
			31 32 33	0.009	0.008	0.045	0.043	0.095	0.092
		ปานกลาง	3 3 9	0.009	0.009	0.053	0.049	0.094	0.082
			18 23 23	0.010	0.009	0.042	0.040	0.091	0.088
			31 32 36	0.010	0.010	0.053	0.050	0.098	0.097
		มาก	3 3 12	0.010	0.010	0.040	0.038	0.079	0.064
			23 28 29	0.005	0.005	0.038	0.034	0.093	0.091
			45 46 50	0.011	0.011	0.054	0.054	0.105	0.100
20	น้อย	2 2 3	0.011	0.010	0.057	0.051	0.103	0.093	
		18 18 20	0.005	0.005	0.041	0.038	0.089	0.081	
		31 32 33	0.008	0.008	0.057	0.056	0.116	0.113	
	ปานกลาง	3 3 9	0.010	0.007	0.052	0.044	0.088	0.080	
		18 23 23	0.012	0.010	0.049	0.047	0.103	0.102	
		31 32 36	0.015	0.014	0.054	0.054	0.102	0.100	
	มาก	3 3 12	0.011	0.009	0.036	0.031	0.096	0.073	
		23 28 29	0.011	0.010	0.045	0.042	0.101	0.097	
		45 46 50	0.012	0.012	0.048	0.047	0.099	0.095	
4	10	น้อย	2 3 3 5	0.011	0.009	0.047	0.040	0.103	0.095
			18 18 18 20	0.007	0.006	0.057	0.056	0.115	0.109
			31 32 33 34	0.007	0.007	0.041	0.038	0.086	0.083
		ปานกลาง	3 3 6 9	0.010	0.008	0.051	0.041	0.103	0.080
			18 18 23 23	0.008	0.008	0.046	0.042	0.104	0.099
			31 32 33 36	0.009	0.009	0.046	0.043	0.095	0.086
		มาก	3 3 9 12	0.007	0.006	0.050	0.040	0.100	0.082
			23 27 28 29	0.006	0.006	0.047	0.046	0.098	0.095
			41 45 46 50	0.008	0.007	0.047	0.046	0.085	0.082
	15	น้อย	2 3 3 5	0.014	0.012	0.056	0.043	0.108	0.093
			18 18 18 20	0.011	0.011	0.055	0.054	0.112	0.105
			31 32 33 34	0.003	0.003	0.042	0.041	0.080	0.077
		ปานกลาง	3 3 6 9	0.010	0.007	0.055	0.046	0.099	0.082
			18 18 23 23	0.012	0.011	0.034	0.033	0.084	0.079
			31 32 33 36	0.006	0.006	0.050	0.048	0.101	0.097
		มาก	3 3 9 12	0.013	0.008	0.057	0.044	0.104	0.084
			23 27 28 29	0.009	0.008	0.037	0.035	0.084	0.083
			41 45 46 50	0.010	0.010	0.061	0.057	0.114	0.110

ตารางที่ 1 (ต่อ) การเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของสถิติทดสอบเอฟกับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่

k	C.V.%	ความแตกต่าง	$n_i$	$\alpha = 0.01$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.1$	
				F	MF	F	MF	F	MF
5	20	น้อย	2 3 3 5	0.011	0.011	0.056	0.049	0.109	0.090
			18 18 18 20	0.008	0.007	0.043	0.039	0.079	0.075
			31 32 33 34	0.011	0.010	0.043	0.041	0.099	0.095
		ปานกลาง	3 3 6 9	0.007	0.007	0.048	0.037	0.096	0.077
			18 18 23 23	0.009	0.009	0.043	0.039	0.098	0.092
			31 32 33 36	0.011	0.011	0.060	0.057	0.105	0.102
		มาก	3 3 9 12	0.011	0.009	0.048	0.034	0.089	0.074
			23 27 28 29	0.005	0.005	0.054	0.052	0.109	0.104
			41 45 46 50	0.006	0.006	0.049	0.047	0.101	0.098
5	10	น้อย	2 2 3 3 5	0.014	0.012	0.063	0.055	0.136	0.095
			18 18 18 20 20	0.005	0.004	0.064	0.060	0.118	0.111
			31 32 32 33 34	0.010	0.010	0.040	0.039	0.087	0.083
		ปานกลาง	3 3 5 6 9	0.010	0.009	0.048	0.037	0.099	0.081
			18 18 23 23 23	0.011	0.011	0.050	0.049	0.090	0.086
			31 32 33 34 36	0.006	0.005	0.048	0.047	0.092	0.085
		มาก	2 3 3 9 12	0.008	0.006	0.048	0.031	0.097	0.075
			23 23 27 28 29	0.007	0.007	0.041	0.039	0.095	0.088
			31 41 45 46 50	0.005	0.005	0.040	0.039	0.088	0.084
5	15	น้อย	2 2 3 3 5	0.015	0.015	0.073	0.050	0.138	0.101
			18 18 18 20 20	0.010	0.009	0.053	0.050	0.100	0.090
			31 32 32 33 34	0.006	0.006	0.042	0.037	0.097	0.094
		ปานกลาง	3 3 5 6 9	0.012	0.009	0.057	0.047	0.110	0.085
			18 18 23 23 23	0.011	0.010	0.045	0.041	0.083	0.074
			31 32 33 34 36	0.005	0.005	0.038	0.037	0.093	0.088
		มาก	2 3 3 9 12	0.010	0.006	0.054	0.037	0.100	0.075
			23 23 27 28 29	0.009	0.008	0.037	0.036	0.083	0.080
			31 41 45 46 50	0.009	0.008	0.061	0.056	0.113	0.110
5	20	น้อย	2 2 3 3 5	0.013	0.010	0.068	0.051	0.126	0.100
			18 18 18 20 20	0.011	0.011	0.044	0.042	0.086	0.081
			31 32 32 33 34	0.007	0.007	0.039	0.037	0.092	0.086
		ปานกลาง	3 3 5 6 9	0.010	0.005	0.048	0.040	0.097	0.075
			18 18 23 23 23	0.010	0.008	0.044	0.042	0.101	0.095
			31 32 33 34 36	0.011	0.011	0.049	0.046	0.101	0.095
		มาก	2 3 3 9 12	0.011	0.010	0.049	0.037	0.089	0.075
			23 23 27 28 29	0.010	0.009	0.053	0.051	0.100	0.092
			31 41 45 46 50	0.009	0.009	0.054	0.049	0.100	0.096



ตารางที่ 2 (ต่อ) การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบเอฟกับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่

k	C.V. %	ความแตกต่าง	$n_i$	$\alpha = 0.01$						$\alpha = 0.05$						$\alpha = 0.1$					
				$\lambda = 1$		$\lambda = 10$		$\lambda = 100$		$\lambda = 1$		$\lambda = 10$		$\lambda = 100$		$\lambda = 1$		$\lambda = 10$		$\lambda = 100$	
				F	MF	F	F	MF	F	F	MF	F	MF	F	MF	F	MF	F	MF	F	MF
5	10	น้อย	2 2 3 3 5	0.316	0.011	0.926	0.497	0.998	0.823	0.563	0.047	0.971	0.642	1.000	0.839	0.670	0.088	0.983	0.693	1.000	0.839
			18 18 18 20 20	0.952	0.003	0.999	0.818	1.000	0.981	0.970	0.045	1.000	0.883	1.000	0.989	0.982	0.094	1.000	0.911	1.000	0.989
			31 32 32 33 34	0.983	0.014	0.981	0.815	1.000	0.993	0.994	0.056	1.000	0.887	1.000	0.997	0.994	0.109	1.000	0.917	1.000	0.997
		ปานกลาง	3 3 5 6 9	0.586	0.005	0.985	0.594	1.000	0.893	0.765	0.036	0.989	0.709	1.000	0.902	0.844	0.073	0.994	0.762	1.000	0.909
			18 18 23 23 23	0.969	0.006	0.999	0.821	1.000	0.989	0.986	0.042	1.000	0.887	1.000	0.993	0.991	0.087	1.000	0.908	1.000	0.993
			31 32 33 34 36	0.984	0.013	1.000	0.827	1.000	0.993	0.992	0.053	1.000	0.898	1.000	0.995	0.994	0.111	1.000	0.924	1.000	0.995
	มาก	2 3 3 9 12	0.624	0.010	0.989	0.580	1.000	0.861	0.775	0.032	0.995	0.672	1.000	0.867	0.836	0.065	0.996	0.714	1.000	0.876	
		23 23 27 28 29	0.964	0.004	1.000	0.801	1.000	0.993	0.981	0.038	1.000	0.882	1.000	0.997	0.988	0.086	1.000	0.909	1.000	0.997	
		31 41 45 46 50	0.989	0.008	1.000	0.838	1.000	0.991	0.990	0.049	1.000	0.896	1.000	0.994	0.994	0.098	1.000	0.918	1.000	0.994	
	15	น้อย	2 2 3 3 5	0.308	0.011	0.938	0.493	1.000	0.813	0.537	0.050	0.974	0.611	1.000	0.836	0.647	0.095	0.985	0.688	1.000	0.836
			18 18 18 20 20	0.947	0.018	0.999	0.790	1.000	0.982	0.973	0.074	1.000	0.870	1.000	0.990	0.986	0.123	1.000	0.895	1.000	0.990
			31 32 32 33 34	0.986	0.011	0.981	0.815	1.000	0.993	0.993	0.043	1.000	0.883	1.000	0.996	0.996	0.087	1.000	0.908	1.000	0.996
ปานกลาง		3 3 5 6 9	0.573	0.006	0.986	0.616	1.000	0.893	0.740	0.037	0.993	0.725	1.000	0.898	0.821	0.077	0.997	0.771	1.000	0.904	
		18 18 23 23 23	0.959	0.013	1.000	0.804	1.000	0.993	0.981	0.051	1.000	0.873	1.000	0.997	0.986	0.108	1.000	0.907	1.000	0.997	
		31 32 33 34 36	0.983	0.011	1.000	0.826	1.000	0.987	0.993	0.047	1.000	0.887	1.000	0.991	0.995	0.095	1.000	0.922	1.000	0.991	
มาก	2 3 3 9 12	0.622	0.011	0.988	0.587	1.000	0.867	0.752	0.046	0.995	0.691	1.000	0.874	0.821	0.086	0.995	0.731	1.000	0.878		
	23 23 27 28 29	0.979	0.008	1.000	0.819	1.000	0.994	0.995	0.049	1.000	0.886	1.000	0.995	0.998	0.103	1.000	0.914	1.000	0.995		
	31 41 45 46 50	0.988	0.009	0.999	0.827	1.000	0.993	0.995	0.048	0.999	0.898	1.000	0.996	0.995	0.101	1.000	0.922	1.000	0.996		
20	น้อย	2 2 3 3 5	0.303	0.012	0.948	0.531	0.999	0.806	0.553	0.051	0.982	0.651	1.000	0.826	0.660	0.086	0.993	0.689	1.000	0.826	
		18 18 18 20 20	0.943	0.008	0.999	0.804	1.000	0.991	0.966	0.038	1.000	0.881	1.000	0.994	0.980	0.083	1.000	0.910	1.000	0.994	
		31 32 32 33 34	0.976	0.007	0.981	0.820	1.000	0.992	0.987	0.054	1.000	0.878	1.000	0.994	0.988	0.101	1.000	0.910	1.000	0.994	
	ปานกลาง	3 3 5 6 9	0.598	0.012	0.985	0.644	1.000	0.902	0.750	0.046	0.992	0.749	1.000	0.908	0.832	0.079	0.995	0.780	1.000	0.916	
		18 18 23 23 23	0.967	0.007	0.999	0.818	1.000	0.992	0.979	0.043	1.000	0.881	1.000	0.997	0.986	0.098	1.000	0.911	1.000	0.997	
		31 32 33 34 36	0.982	0.006	1.000	0.833	1.000	0.986	0.986	0.053	1.000	0.904	1.000	0.994	0.989	0.107	1.000	0.933	1.000	0.994	
มาก	2 3 3 9 12	0.635	0.006	0.989	0.625	1.000	0.880	0.789	0.035	0.998	0.718	1.000	0.883	0.844	0.073	0.999	0.764	1.000	0.889		
	23 23 27 28 29	0.967	0.006	1.000	0.824	1.000	0.992	0.979	0.052	1.000	0.892	1.000	0.993	0.986	0.098	1.000	0.920	1.000	0.993		
	31 41 45 46 50	0.989	0.008	0.999	0.827	1.000	0.992	0.993	0.045	0.999	0.903	1.000	0.996	0.995	0.090	1.000	0.928	1.000	0.996		

### สรุปผลและเสนอแนะ

การศึกษาและเปรียบเทียบสถิติทดสอบสำหรับตัวแบบอิทธิพลสุ่มแบบทางเดียวเมื่อข้อมูลไม่สมดุล ภายใต้สถิติทดสอบเอฟที่เอนเอียงกับสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุงใหม่ที่ไม่เอนเอียง ในครั้งนี้พบว่า

1) ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1: กรณี  $\alpha = 0.01$  สถิติทดสอบทั้งสองมีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกัน และกรณี  $\alpha = 0.05, 0.1$  สถิติเอฟที่ปรับปรุงใหม่มีค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าสถิติเอฟ โดยสถิติทดสอบทั้งสองสามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้ในทุกกรณี

2) อำนาจของการทดสอบ: กรณีที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ จำนวนวิธีทดลอง และขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น สถิติเอฟมีค่าอำนาจของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเอฟที่ทำการปรับปรุงใหม่ เมื่อพิจารณาอัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของวิธีทดลองกับความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน กรณี  $\lambda = 1$  สถิติเอฟมีค่าอำนาจของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเอฟที่ทำการปรับปรุงใหม่ แต่กรณี  $\lambda = 100$  สถิติทดสอบทั้งสองมีค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกัน

ผลการวิจัยในครั้งนี้สรุปได้ว่า สถิติทดสอบเอฟมีความเหมาะสมสำหรับกรณี  $\lambda = 1$  เนื่องจากให้ค่าอำนาจของการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบเอฟที่ทำการปรับปรุงใหม่ ขณะที่สถิติทั้งสองให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ใกล้เคียงกันทุกระดับนัยสำคัญของการทดสอบ ส่วนสถิติทดสอบเอฟที่ปรับปรุง



ใหม่มีความเหมาะสมสำหรับกรณีที่  $\lambda = 100$ ,  $\alpha = 0.05$  และ  $0.1$  เนื่องจากให้ค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ต่ำกว่าสถิติทดสอบเอฟ ขณะที่สถิติทั้งสองให้ค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกัน

### เอกสารอ้างอิง

- สุพล ดุรงค์วัฒนา. 2549. การวางแผนแบบทดลองเพื่อการวิจัยขั้นสูง. ภาควิชาสถิติ คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- Bradley, J.V. 1978. Robustness?. Br. J. math. Statist. Psychol. 31, 144-152.
- Hartung, J. and Mario Knapp, G. 2003. Confidence Intervals for the Between Group Variance in the Unbalanced One-Way Random Effects Model of Analysis of Variance. Department of statistics, University of Dortmund.
- Hogg, R.V., and Tanis, E.A. 1993. Probability and statistical inference. 7<sup>th</sup> Edition, New York, Macmillan.
- Lu, Y. and Zhang, G. 2009. The equivalence between likelihood ratio test and F-test for testing variance component in a balanced one-way random effects model. Journal of Statistical Computation and Simulation, 00, 1-8.
- Sahai, H. and Ojeda, M.M. 2003. Analysis of Variance for Random Models. Volume II: Unbalanced Data, Theory, Methods, Applications, and Analysis.
- Searle, S.R., Casella, G. and McCulloch, C.E. 1992. Variance Component. Wiley, New York.
- Vardeman, S.B. and Wendelberger, J.R. 2005. The Expected Sample Variance of Uncorrelated Random Variables with a Common Mean and Some Applications in Unbalanced Random Effects Models. Journal of Statistics Education, 13.