

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้งมะขามหวาน

Mathematical Model of Sweet Tamarind Drying

รัตนา สุขพันธ์¹ และมนต์ทิพย์ ชำของ¹

Rattana Sookhanant¹ and Montip Chamchong¹

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้งมะขามหวานด้วยลมร้อน และการนึ่งด้วยไอน้ำ โดยใช้หลักการถ่ายเทความร้อนและมวลมาวิเคราะห์กระบวนการดังกล่าว เพื่อทำนายการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอืดตัวของน้ำและอุณหภูมิของมะขามหวาน โดยไม่รวมเปลือกขณะทำการอบแห้งที่อุณหภูมิ 70, 75 และ 80 องศาเซลเซียส ความชื้นสัมพัทธ์ 32 – 36 % เป็นเวลา 1 ชั่วโมง ส่วนการนึ่งด้วยไอน้ำจะทำการนึ่งเป็นเวลา 8 นาที เมื่อทำการวิเคราะห์ด้วยสมการของการถ่ายเทมวลสำหรับสถานะไอที่เป็นไอน้ำและอากาศ และสถานะของเหลว ตลอดจนสมการของการถ่ายเทพลังงานในวัสดุที่มีโครงสร้างเป็นรูพรุน ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เลือกมาแก้สมการคือวิธี Implicit Finite Difference โดยทำการวิเคราะห์ภาพตัดขวางของมะขามหวานเป็น 1 มิติในระบบพิกัดฉาก ทำให้ได้ระบบสมการแบบไม่เชิงเส้น จึงต้องใช้ระเบียบวิธี Predictor – Corrector ช่วยในการหาคำตอบ ค่าตัวแปรเริ่มต้น เช่น ปริมาณความอืดตัวของน้ำเริ่มต้น อุณหภูมิเริ่มต้น อุณหภูมิลมร้อนและความชื้นสัมพัทธ์ ที่วัดได้และคำนวณจากห้องปฏิบัติการ ค่าคุณสมบัติทางความร้อนและคุณสมบัติทางกายภาพของมันฝรั่งถูกเลือกนำมาใช้แทนค่าคุณสมบัติของมะขามหวาน ได้แก่ ความดันไอ ความพรุน ความร้อนจำเพาะ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน และความหนาแน่นซึ่งได้มาจากรายงานการวิจัยต่างๆ เพื่อใช้ในการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองและจึงขยายผลเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถทำนายการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอืดตัวของน้ำและอุณหภูมิในกรณีการอบแห้งด้วยลมร้อนที่อุณหภูมิ 70, 75 และ 80 องศาเซลเซียส ความชื้นสัมพัทธ์เป็น 32 – 36 % เป็นเวลา 1 ชั่วโมงได้ดี (Relative percent error, %E ต่ำกว่า 10 %) ส่วนการนึ่งด้วยไอน้ำนั้นแบบจำลองไม่สามารถทำนายผลการทดลองได้ดี ทั้งนี้เนื่องจากแบบจำลองไม่ได้คิดรวมเปลือก ซึ่งต้านทานการถ่ายเทความร้อน และการใช้ อุณหภูมิเริ่มต้นในแบบจำลองที่แตกต่างกับค่าอุณหภูมิของการทดลอง ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง สภาวะก่อนการเก็บรักษาที่เหมาะสมที่ได้จากผลการทดลองและผลการวิเคราะห์จากแบบจำลอง เพื่อยืดอายุหลังการเก็บเกี่ยวคือการอบแห้งที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียส ความชื้นสัมพัทธ์มีค่าระหว่าง 32 – 36 % เป็นเวลา 1 ชั่วโมง ส่วนการนึ่งด้วยไอน้ำนั้นจะทำให้ได้ปริมาณความอืดตัวของน้ำต่ำกว่าปริมาณความอืดตัวของน้ำที่ทำให้ขึ้นราแต่จะมีรอยต่างของน้ำซึ่งเป็นลักษณะปรากฏที่อาจจะไม่พึงพอใจของผู้บริโภค

คำสำคัญ : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การอบแห้งด้วยลมร้อน การนึ่งด้วยไอน้ำ มะขามหวาน วัสดุที่มีโครงสร้างเป็นรูพรุน

¹ ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน จ. นครปฐม 73140
Department of Food Engineering, Faculty of Engineering Kamphaengsaen, Kasetsart University Kamphaengsaen Campus,
Nakhon Pathom 73140

ABSTRACT

The objective of the research was to develop mathematical model of sweet tamarinds drying by hot air and steam. The principles of heat and mass transfer were applied to analyze the processes in order to predict the locally change of water saturation and temperature of sweet tamarinds without shell. Hot air drying was carried out by heating sweet tamarind pods in the oven at temperature of 70, 75 and 80 °C 32-36% relative humidity for 1 hour. However steam drying was conducted in a closed chamber of stacked circular sieve plates with boiling water at the bottom for 8 min. The 3 coupling equations of mass transfer in gas, and liquid phase together with energy transfer equation in a porous structure material were used to describe the processes. Therefore the implicit finite difference of numerical method was chosen to solve the coupling problem. Cross section of sweet tamarind was analyzed for heat and moisture transfer in 1-D cartesian coordinate. Since it was non-linear, predictor and corrector scheme was assisted in solution solving. Initial variables such as initial water saturation of sweet tamarinds were measured and calculated in laboratory. While thermal and physical properties of potato e.g. vapor pressure and porosity obtained from published papers were chosen to used for flesh of sweet tamarind in the model validity and extend its results for experimental comparison.

This mathematical model was able to provide a good prediction of change of water saturation and temperature during drying by hot air at the temperature of 70, 75 and 80 °C, 32-36% relative humidity for 1 hour since % relative error (%E) was less than 10%. However during steam drying the model was unable to provide satisfactory result. This was because the shell was not included as a medium in a numerical model while the whole pod was used as a test materials in the experiment. Thus the shell of tamarind acted as a buffer to hinder energy transfer in and out during high and slow rate of heat transfer of steaming. It was found that the suitable condition to pre-treat sweet tamarind before storage to extend shelf life was to have them dried by hot air at temperature of 70 °C, 32-36% relative humidity for 1 hour. However, steam drying was able to provide sweet tamarinds, the water saturation of which was lower than the value found in the mould infected ones, but there was some unsatisfactory of water droplet stains appearing on their shell.

Keywords : Mathematical Model, Hot Air Drying, Steam Drying, Tamarind, Porous Media Structure

E-mail : rattana_skn@hotmail.com

คำนำ

มะขามหวานเป็นผลไม้ที่คนไทยนิยมบริโภคชนิดหนึ่ง ซึ่งเทคโนโลยีหลังการเก็บเกี่ยวมะขามหวานที่เหมาะสมยังเป็นที่ต้องการของเกษตรกร เนื่องจากปัญหาการสูญเสียในระหว่างการเก็บรักษาคือ มะขามที่เก็บเกี่ยวแล้วจะมีเชื้อราเกิดขึ้นในฝักมะขาม ได้แก่ รา *Aspergillus niger* รา *Rhizopus nigricans* และ รา *Penicillium expansum* (อัจฉราวดี, 2543) และเกษตรกรยังประสบปัญหาที่มีปริมาณผลผลิตมะขามหวานมากในฤดูเก็บเกี่ยว

ทำให้ราคาจำหน่ายตกต่ำ เนื่องจากมีการปลูกมะขามหวานกันเป็นจำนวนมาก ในปี พ.ศ. 2547 มีพื้นที่เพาะปลูกมะขาม 385,112 ไร่ ผลผลิตรวมทั้งประเทศประมาณ 185,672 ตัน และปัญหาปริมาณการส่งออกมีน้อย

วิธีการที่ช่วยให้เก็บรักษามะขามหวานได้นานขึ้นและเกิดการสูญเสียน้อยที่สุดที่มีใช้อยู่ เช่น การทำแห้งโดยการนึ่งด้วยไอน้ำ การอบด้วยไอร้อน ฯลฯ แต่งานวิจัยส่วนใหญ่ยังไม่ได้ทำการศึกษาคอบคลุมถึงการนึ่งด้วยไอน้ำซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมและมีการใช้กันมากที่สุด(ยุทธพงศ์, 2539) จึงได้นำคอมพิวเตอร์มาช่วยศึกษาวิเคราะห์และพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้งขึ้น เพื่อหาสภาวะที่เหมาะสมที่จะไม่ทำให้เกิดเชื้อรา

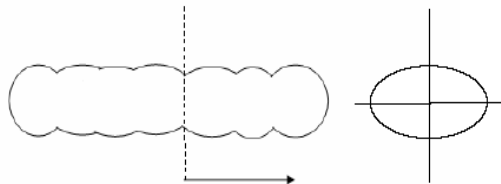
อุปกรณ์และวิธีการ

การทดลองและการเก็บข้อมูลสำหรับการอบแห้ง

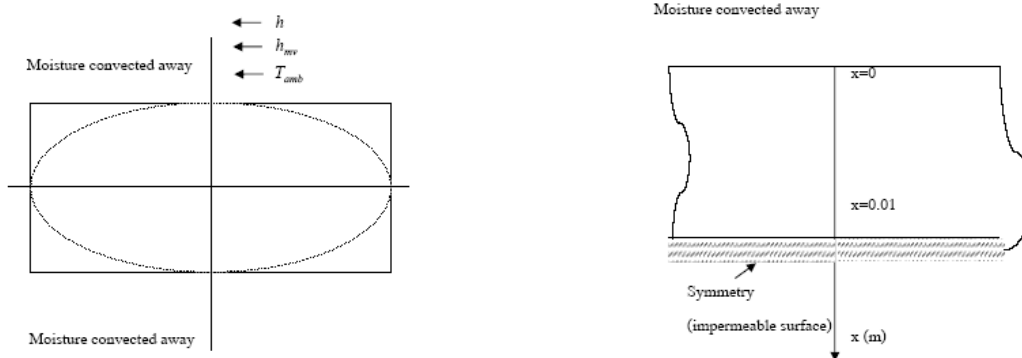
การอบแห้งด้วยตู้อบลมร้อนทำการอบแห้งที่อุณหภูมิ 70, 75 และ 80 °C เป็นเวลา 1 ชั่วโมง ในระหว่างการอบแห้งจะวัดอุณหภูมิโดยใช้ thermocouple type K และบันทึกข้อมูลด้วยโปรแกรม NI-DAQ™ MX (Ni.com™) ทุก 5 นาที ในระหว่างที่อบแห้ง จะทำการสุ่มตัวอย่างมะขามทุก 15 นาที เพื่อนำมาหาความชื้น และวัดความชื้นสัมพัทธ์ในตู้อบ โดยใช้เครื่อง Humidity meter ทุก 30 นาที ทำการทดลองซ้ำอุณหภูมิละ 3 ซ้ำ

ส่วนการนึ่งด้วยไอน้ำจะนึ่งเป็นเวลา 8 นาที ในระหว่างการนึ่งจะวัดอุณหภูมิโดยใช้ thermocouple type K และบันทึกข้อมูลด้วย โปรแกรม NI-DAQ™ MX (Ni.com™) ทุก 1 นาที สำหรับการนึ่งจะทำการหาความชื้นโดยสุ่มตัวอย่างก่อนและหลังนึ่ง และใช้เครื่อง Humidity meter วัดความชื้นสัมพัทธ์ในถังถึงทุกๆ 4 นาที ทำการทดลองซ้ำ 3 ซ้ำ

การวิเคราะห์ระบบและสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์



ภาพที่ 1 ภาพตัดขวางของพริกมะขามหวาน



ภาพที่ 2 Diagram of heating system

วัสดุขึ้น เช่น มะขามหวานทั้งฝัก สามารถพิจารณาให้เป็นตัวกลางที่มีรูพรุนและมีน้ำอยู่ในรูพรุนเหล่านี้ (a water-filled porous medium) ดังนั้นความชื้นในวัสดุจึงถูกให้คำจำกัดความได้ว่าเป็นระดับการอิ่มตัวด้วยน้ำ (degree of saturation) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในงานวิจัยนี้จะพิจารณาให้การถ่ายเทความร้อนและมวล (ประกอบไปด้วยของเหลว ไอ้ น้ำและอากาศ) ซึ่งเกิดขึ้นพร้อมกันในวัสดุรูพรุน โดยมีสมมุติฐานดังต่อไปนี้ (Whitaker, 1977)

1. สถานะ (phase) ทั้งสามคือ ของแข็ง ของเหลว และก๊าซ ซึ่งมีลักษณะต่อเนื่อง
2. การเกิด local thermal equilibrium ทำให้อุณหภูมิในสถานะทั้ง 3 สถานะ (phase) เท่ากัน
3. การเคลื่อนที่ของของเหลวเกิดขึ้นเนื่องจาก convective flow ที่มาจากความแตกต่างของความดันก๊าซทั้งหมด และ capillary flow ที่มาจากความแตกต่างของ capillary force ซึ่งเป็นฟังก์ชันของความชื้น

ในวัสดุรูพรุนประเภทไม่ขึ้นมาก (non-hygroscopic porous media) นั้น สถานะ (phase) ของของเหลว ก๊าซ และอนุภาคของแข็ง (solid matrix) สามารถแยกกันได้อย่างชัดเจน ดังนั้นความพรุน (porosity, ϕ) จึงสามารถอธิบายได้ว่าเป็นสัดส่วนของปริมาตรของส่วนที่เป็นของเหลวและก๊าซ โดยความเข้มข้นของของเหลว จะเท่ากับค่าความพรุนคูณกับความอิ่มตัวของของเหลว อย่างไรก็ตามวัสดุทางการเกษตรส่วนใหญ่เป็นประเภทขึ้นมาก (hygroscopic porous media) โดยที่สถานะ (phase) ของของเหลว นั้นยึดแน่นกับอนุภาคของแข็ง แต่เพื่อให้ได้สมการสำหรับวัสดุที่มีรูพรุนประเภทขึ้นมาก (hygroscopic porous media) และสามารถใช้ได้กับประเภทไม่ขึ้นมาก (non-hygroscopic porous media) ด้วย จึงต้องนำ equivalent porosity (ϕ) และ equivalent water saturation (S) มาใช้

$$\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_w + \Delta V_g \dots\dots (1) \quad \phi = \frac{\Delta V_w + \Delta V_g}{\Delta V} \dots\dots (2)$$

ค่า equivalent saturation (S) ของของเหลวและก๊าซ สามารถกำหนดได้ดังนี้

$$S_w = \frac{\Delta V_w}{\Delta V_w + \Delta V_g} = \frac{\Delta V_w}{\phi \Delta V} \dots\dots (3) \quad S_g = \frac{\Delta V_g}{\Delta V_w + \Delta V_g} = \frac{\Delta V_g}{\phi \Delta V} \dots\dots (4)$$

ความเข้มข้นของมวลสาร (c , mass concentration) ของไอ้ น้ำ และอากาศ คือ

$$c_v = \frac{\Delta m_v}{\Delta V} = \frac{p_v M_v S_g \phi}{RT} \dots\dots (5) \quad c_a = \frac{\Delta m_a}{\Delta V} = \frac{p_a M_a S_g \phi}{RT} \dots\dots (6)$$

ในทำนองเดียวกันความเข้มข้นของมวลสารของของเหลว (liquid mass concentration) คือ

$$c_w = \frac{\Delta m_w}{\Delta V} = \frac{\rho_w \Delta V_w}{\Delta V} = \rho_w \phi S_w \dots\dots (7)$$

จาก Rate laws จะพบว่าฟลักซ์รวมของไอ้ น้ำ (total flux of vapor, n_v) และของอากาศ (n_a) จะประกอบด้วย convective flow (Darcy) และ diffusion ดังนี้

$$n_v = -\rho_v \frac{k_g}{\mu_g} \nabla P - \frac{C^2}{\rho_g} M_a M_v D_{eff,g} \nabla x_v \dots\dots (8) \quad n_a = -\rho_a \frac{k_g}{\mu_g} \nabla P - \frac{C^2}{\rho_g} M_a M_v D_{eff,g} \nabla x_a \dots\dots (9)$$

แต่ฟลักซ์รวมของของเหลว (total liquid flux) ประกอบด้วย Darcy flow ซึ่งสามารถกระจายเขียนให้อยู่ในรูปของความดันทั้งหมดและความดันคาพิลลารี (capillary pressure)

$$n_w = -\rho_w \frac{k_w}{\mu_w} \nabla P - D_w \rho_w \phi \nabla S_w - D_T \nabla T \dots\dots (10)$$

จากภาพที่ 2 สมการอนุรักษ์มวล (mass conservation equations) สำหรับไอน้ำ ของเหลว อากาศ ในวัสดุที่มีรูพรุนสำหรับแบบจำลอง 1 มิติ (Ni *et al*, 1999)สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial c_v}{\partial t} + \nabla \cdot (n_v) = \dot{I} \dots (11) \quad \frac{\partial c_w}{\partial t} + \nabla \cdot (n_w) = -\dot{I} \dots (12) \quad \frac{\partial c_a}{\partial t} + \nabla \cdot (n_a) = 0 \dots (13)$$

สำหรับสมการอนุรักษ์พลังงาน (energy conservation equations) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_v h_v + c_a h_a + c_w h_w + c_s h_s) + \nabla \cdot (n_v h_v + n_a h_a + n_w h_w) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T) - \lambda \dot{I} \quad (14)$$

เมื่อบวกสมการอนุรักษ์มวล (mass conservation equations) ของไอน้ำ (11) และของเหลว (12) เข้าด้วยกัน จะทำให้ ค่า \dot{I} หายไป แทนค่า c_v , c_w , n_v , n_w ด้วยสมการที่ (5), (7), (8) และ (10) จะได้สมการอนุรักษ์มวลสำหรับสถานะไอและของเหลว (conservation equations for vapor and liquid water phase) ดังนี้

$$K_4 \frac{\partial S_w}{\partial t} + K_5 \frac{\partial T}{\partial t} + K_6 \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (K_1 \nabla S_w) + \nabla (K_2 \nabla T) + \nabla (K_3 \nabla P) \quad (15)$$

แทนค่า c_a และ n_a ด้วยสมการที่ (6) และ (9) ลงในสมการที่ (13) จะได้สมการอนุรักษ์มวลสำหรับสถานะอากาศ (conservation for air) ดังนี้

$$K_{10} \frac{\partial S_w}{\partial t} + K_{11} \frac{\partial T}{\partial t} + K_{12} \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (K_7 \nabla S_w) + \nabla (K_8 \nabla T) + \nabla (K_9 \nabla P) \quad (16)$$

จากสมการอนุรักษ์พลังงาน (energy conservation equations) ที่ (14) เมื่อตัด convection term เนื่องจากมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับ conduction และ evaporation term แทนค่า \dot{I} ในสมการที่ (14) ด้วยสมการที่ (12) จะได้สมการอนุรักษ์พลังงาน (energy conservation equations) ดังนี้

$$K_{16} \frac{\partial S_w}{\partial t} + K_{17} \frac{\partial T}{\partial t} + K_{18} \frac{\partial P}{\partial t} = \nabla \cdot (K_{13} \nabla S_w) + \nabla (K_{14} \nabla T) + \nabla (K_{15} \nabla P) \quad (17)$$

สมการเงื่อนไขค่าเริ่มต้นสามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$T|_{t=0} = T_i, \quad P|_{t=0} = P_{amb}, \quad S_w|_{t=0} = S_w \quad (18)$$

สำหรับเงื่อนไขขอบเขตที่ $x = L$ มีดังนี้

$$\begin{aligned} -K_1 \frac{\partial S_w}{\partial x} - K_2 \frac{\partial T}{\partial x} - K_3 \frac{\partial P}{\partial x} &= n_w + n_v = 0 \\ -K_7 \frac{\partial S_w}{\partial x} - K_8 \frac{\partial T}{\partial x} - K_9 \frac{\partial P}{\partial x} &= n_a = 0, \quad -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

และเงื่อนไขขอบเขตที่ $x = 0$ นั้น ให้อยู่บนสมมุติฐานที่ว่า อัตราการเคลื่อนที่ของของเหลวจากภายในของมะขามเคลื่อนที่ออกมาจากเนื้อและสามารถผ่านเปลือกออกไปได้ในสภาวะที่เปลี่ยนสถานะเป็นไอน้ำแล้ว (surface evaporation) ดังนั้นจะได้สมการเงื่อนไขขอบเขตดังนี้

$$-K_1 \frac{\partial S_w}{\partial x} - K_2 \frac{\partial T}{\partial x} - K_3 \frac{\partial P}{\partial x} = -\phi (S_w + S_g) \left(\frac{P_v}{R_v T} - \rho_{vo} \right) h_{mv} \quad (20)$$

$$P|_s = P_{amb} \dots(21) \quad -k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_{amb} - T) - \phi S_w \left(\frac{p_v}{R_v T} - \rho_{vo} \right) h_{mv} \lambda \quad (22)$$

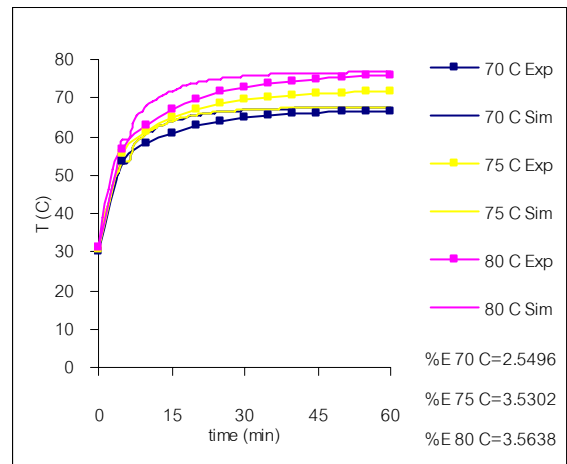
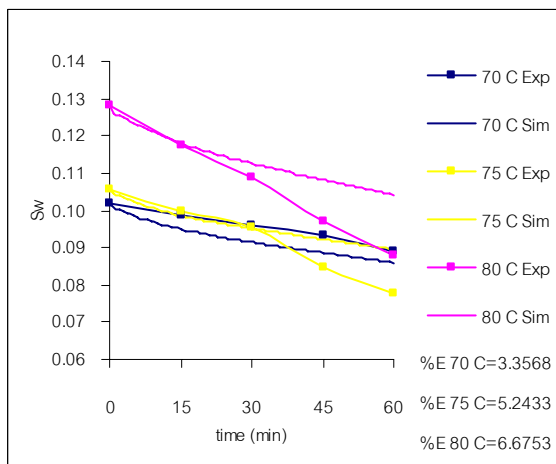
ทั้งนี้สมมติให้พิจารณาคุณสมบัติต่างๆ ของมะขามหวานเป็นคุณสมบัติของเนื้อมะขามหวานไม่รวมเปลือก โดยจะพิจารณาว่าเปลือกมีผลต่อคุณสมบัติที่ขอบเขตเท่านั้น สำหรับรายละเอียดของค่าสัมประสิทธิ์ $K_0 - K_{18}$ ได้แสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก

การแก้สมการคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยคำนวณ

การแก้สมการอนุกรมมวลสำหรับสถานะไอและของเหลว (15) อากาศ (16) และสมการอนุกรมพลังงาน (17) เพื่อหาค่าตัวแปรตามที่สำคัญได้แก่ ค่าความอิมิตัว (S_w) อุณหภูมิ (T) และความดัน (P) ที่เปลี่ยนแปลงตามระยะทางและเวลา จะต้องทำไปพร้อมๆ กัน ด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical Solution) โดยใช้วิธี implicit finite difference ทำให้ได้ระบบสมการที่เป็นสมการแบบไม่เชิงเส้น (non-linear) ดังนั้นจึงต้องใช้ระเบียบวิธี Predictor – Corrector ในการแก้ระบบสมการ เมื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และหาวิธีแก้สมการด้วยวิธีเชิงตัวเลขได้แล้ว จะนำขั้นตอนการแก้สมการดังกล่าวมาเขียนโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณด้วยโปรแกรม MATLAB 6.5

ผลการทดลองและวิจารณ์

1. การทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอิมิตัวของน้ำและอุณหภูมิเฉลี่ยระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์รอบแห้ง



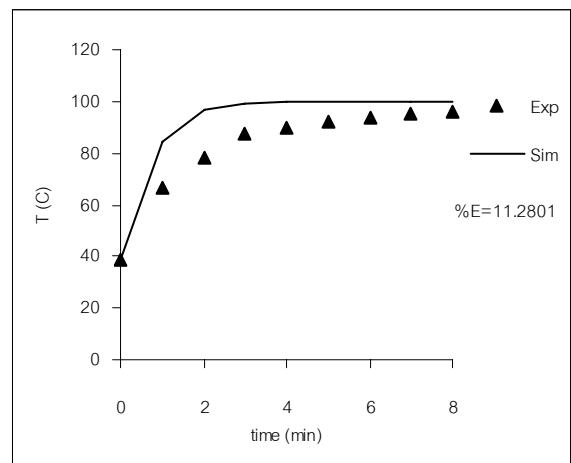
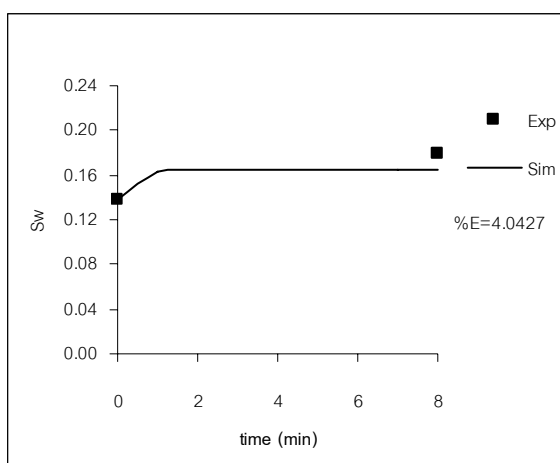
ภาพที่ 3ก กราฟแสดงปริมาณความอิมิตัวของน้ำในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์รอบแห้งที่อุณหภูมิ 70,75 และ 80 °C

3ข กราฟแสดงอุณหภูมิเฉลี่ยในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์รอบแห้งที่อุณหภูมิ 70,75 และ 80 °C

จากภาพที่ 3ก ได้แสดงปริมาณความอืดตัวของน้ำเฉลี่ยในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบ และผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์รอบหนึ่งที่ถูกอุณหภูมิ 70,75 และ 80 °C เมื่อจำลองสถานการณ์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และข้อมูลเฉลี่ยจากการทดลอง 3 ซ้ำ พบว่าที่อุณหภูมิ 70 °C โดยมีความชื้นสัมพัทธ์เฉลี่ยเป็น 35.40% ปริมาณความอืดตัวของน้ำเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบ และผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์มีค่าลดลงตลอดระยะเวลาที่ใช้ในการอบแห้ง โดยผลที่ได้จากการจำลองมีค่าต่ำกว่าผลจากการทดลองตลอดระยะเวลา 1 ชั่วโมง สำหรับการอบแห้งที่อุณหภูมิ 75 °C ความชื้นสัมพัทธ์เฉลี่ยเป็น 35.12% พบว่าปริมาณความอืดตัวของน้ำเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบและการจำลองสถานการณ์มีค่าลดลง ซึ่งผลการจำลองมีค่าต่ำกว่าค่าเฉลี่ยจากการทดลองใน 30 นาทีแรก และสูงกว่าค่าเฉลี่ยจากการทดลองหลังจากนั้น ส่วนการอบแห้งที่อุณหภูมิ 80 °C ความชื้นสัมพัทธ์เฉลี่ยเป็น 32.85% นั้นพบว่าผลการจำลองมีค่าสูงกว่าผลจากการทดลองตลอดระยะเวลา อย่างไรก็ตามโดยเฉพาะช่วง 30 นาทีสุดท้ายซึ่งมีผลเช่นเดียวกับการอบแห้งที่ 75 °C เมื่อพิจารณาจากค่า %E (Relative percent error) ของทั้งสามระดับอุณหภูมิพบว่ามีความเป็น 3.3568, 5.2433 และ 6.6753 ตามลำดับ แสดงว่าแบบจำลองสามารถจำลองการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอืดตัวของน้ำได้ดีทั้งสามระดับอุณหภูมิ เนื่องจากค่า %E มีค่าต่ำกว่า 10% แม้ว่าค่าคุณสมบัติทางความร้อน เช่น ความดันไอ (vapor pressure) ความจุความร้อน (specific heat) สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (thermal conductivity) ความหนาแน่น (density) ของมะขามหวานนั้นได้เลือกใช้ค่าคุณสมบัติต่างๆ เหล่านี้เป็นค่าของมันฝรั่ง (Ni *et al*, 1999)

จากภาพที่ 3ข ได้แสดงอุณหภูมิเฉลี่ยในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบ และผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์รอบหนึ่งที่ถูกอุณหภูมิ 70,75 และ 80 °C พบว่าอุณหภูมิเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้นตลอดระยะเวลาที่ใช้ในการอบแห้ง โดยที่ค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วใน 5 นาทีแรก และเพิ่มขึ้นอีกเล็กน้อยหลังจากนั้น ผลจากการจำลองสถานการณ์มีค่าต่ำกว่าผลจากการทดลองใน 5 นาทีแรก โดยมีค่า %E เป็น 2.5496, 3.5302 และ 3.5638 ซึ่งมีค่าต่ำกว่า 10% แสดงว่าแบบจำลองสามารถจำลองการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยในการอบแห้งทั้งสามระดับอุณหภูมิได้ดี จึงได้ขยายผลนำไปเปรียบเทียบกับกรณีการอบแห้งด้วยไอน้ำต่อไป

2. เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอืดตัวของน้ำและอุณหภูมิเฉลี่ยในการนึ่งด้วยไอน้ำ



ภาพที่ 4ก กราฟแสดงปริมาณความอืดตัวของน้ำในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์หนึ่งด้วยไอน้ำ

4ข กราฟแสดงอุณหภูมิเฉลี่ยในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์หนึ่งด้วยไอน้ำ

จากภาพที่ 4ก ได้แสดงปริมาณความอืดตัวของน้ำในมะขามหวานเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบและผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์หนึ่งด้วยไอน้ำ เมื่อจำลองสถานการณ์ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และข้อมูลเฉลี่ยจากการทดลองหนึ่งด้วยไอน้ำ อุณหภูมิไอน้ำ 100 °C ความชื้นสัมพัทธ์โดยเฉลี่ยเป็น 99.93% เป็นเวลา 8 นาที 33 วินาที พบว่าปริมาณความอืดตัวของน้ำเฉลี่ยที่ได้จากการทดสอบและการจำลองสถานการณ์มีค่าเพิ่มขึ้น เพราะมีการได้รับการถ่ายเทน้ำจากไอน้ำที่ใช้เป็นตัวกลางการให้ความร้อนเข้าไปภายใน อย่างไรก็ตามผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์มีค่าต่ำกว่าผลการทดลอง โดยมีค่า %E เป็น 4.0427 มีค่าต่ำกว่า 10% แสดงว่าแบบจำลองสามารถจำลองการเปลี่ยนแปลงปริมาณความอืดตัวเฉลี่ยในการหนึ่งด้วยไอน้ำได้

จากภาพที่ 4ข ได้แสดงอุณหภูมิมะขามหวานเฉลี่ยเปรียบเทียบระหว่างผลที่ได้จากการทดสอบ และผลที่ได้จากการจำลองสถานการณ์หนึ่งด้วยไอน้ำ พบว่าอุณหภูมิเฉลี่ยมีค่าเพิ่มขึ้นตลอดระยะเวลาที่ใช้ในการหนึ่งด้วยไอน้ำ โดยที่มีค่าเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในนาทีแรก และเพิ่มขึ้นอีกเล็กน้อยหลังจากนั้น ผลจากการจำลองสถานการณ์มีค่าสูงกว่าผลจากการทดลองตลอดระยะเวลาที่ใช้ในการหนึ่งด้วยไอน้ำ ซึ่งเป็นผลมาจากการไม่ได้พิจารณาเปลือกรวมเข้าไปใน control volume ด้วย ทำให้มีความแตกต่างระหว่างค่าที่ได้จากการทดสอบกับค่าจากการจำลองสถานการณ์สูง โดยค่า %E เป็น 11.2801 มีค่าสูงกว่า 10% แสดงว่าแบบจำลองไม่สามารถจำลองการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในการหนึ่งด้วยไอน้ำได้ดี

สรุป

ตารางที่ 1 Relative percent error (%E) ที่สภาวะต่างๆ

สภาวะ	Relative percent error (%E)					
	70 °C		75 °C		80 °C	
	ปริมาณ	อุณหภูมิ	ปริมาณ	อุณหภูมิ	ปริมาณ	อุณหภูมิ
	ความอืด	(T)	ความอืด	(T)	ความอืด	(T)
	ของน้ำ		ของน้ำ		ของน้ำ	
	(S _w)		(S _w)		(S _w)	
การอบแห้ง	3.3568	2.5496	5.2433	3.5302	6.6753	3.5638
	ปริมาณความอืดตัวของน้ำ (S _w)			อุณหภูมิ (T)		
การหนึ่งด้วยไอน้ำ		4.0427			11.2801	

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการอบแห้งมะขามหวานที่สร้างขึ้นสามารถใช้งานได้ดีที่สภาวะการอบแห้งทั้ง 3 ระดับอุณหภูมิคือ 70, 75 และ 80 °C ที่มีความชื้นสัมพัทธ์เป็น 32 – 36 % โดยอุณหภูมิที่เหมาะสมในการอบแห้งมะขามหวานเพื่อยืดอายุหลังการเก็บเกี่ยวคือที่อุณหภูมิ 70 °C และมีความชื้นสัมพัทธ์เป็น 32 – 36 % เนื่องจากทำให้ไม่สูญเสียน้ำหนักมากและปริมาณความชื้นหรือปริมาณความอืดตัวของน้ำหลังการอบยังมีค่าต่ำกว่าปริมาณความชื้นหรือปริมาณความอืดตัวของน้ำที่ทำให้ขึ้นราด้วย (0.7819 d.b. หรือ 0.4388 w.b. หรือ S_w = 0.1513) ส่วนการหนึ่งด้วยไอน้ำนั้นทำให้ได้ปริมาณความอืดตัวของน้ำต่ำกว่าปริมาณความอืดตัวของน้ำที่ทำให้ขึ้นรา แต่จะมีรอยด่างของน้ำซึ่งเป็นลักษณะปรากฏที่อาจจะไม่พึงพอใจของผู้บริโภค

เอกสารอ้างอิง

- ยุทธพงศ์ ประชาสิทธิศักดิ์. 2539. เทคโนโลยีหลังการเก็บเกี่ยวเพื่อลดการสูญเสียของมะขามหวานระหว่างการเก็บรักษา. *นิเวศลิขร์ปริทัศน์*. 11: 17-22.
- อัจฉราวดี ชาญสุวรรณ. 2543. **ความต้องการเทคโนโลยีการผลิตมะขามหวานของเกษตรกร: ศึกษากรณีเกษตรกรผู้ปลูกมะขามหวานในตำบลวังชมพู อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบูรณ์**. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- Ni, H., A.K. Datta and K.E. Torrance. 1999. Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model. *International Journal of Heat and Mass transfer*. 42: 1501-1512.
- Whitaker, S. 1977. Simultaneous heat, mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying. *Adv. Heat Transfer*. 13: 119-203.

ภาคผนวก

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

c = mass concentration (kg / m³ total volume)

C = molar density of gas mixture (kmol / m³)

$D_{eff,g}$ = effective gas diffusivity in moist materials (m²/s)

D_T = temperature dependence capillary diffusivity (kg / m s K)

D_w = capillary diffusivity (m²/s)

h = heat transfer coefficient (W / m²K)

h_{mv} = mass transfer coefficient (m / s)

\dot{I} = volumetric evaporation term (kg / m³ s)

k = total permeability (m²)

$$K_0 = \frac{M_a M_v D_{eff,g}}{RT[(P - p_v)M_a + p_v M_v]}$$

$$K_1 = K_0 P \frac{\partial p_v}{\partial S_w} + D_w \rho_w \phi, \text{ kg / m s}$$

$$K_2 = K_0 P \frac{\partial p_v}{\partial T}, \text{ kg / m s K}$$

$$K_3 = \frac{p_v M_v}{RT} \frac{k_g}{\mu_g} - K_0 p_v + \rho_w \frac{k_w}{\mu_w}, \text{ s}$$

$$K_4 = -\phi \frac{p_v M_v}{RT} + \frac{\phi(1 - S_w)}{RT} \frac{\partial p_v}{\partial S_w} + \phi \rho_w, \text{ kg / m}^3$$

$$K_5 = \frac{\phi(1 - S_w) M_v}{R} \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p_v}{T} \right), \text{ kg / m}^3 \text{ K}$$

$$K_6 = 0$$

$$K_7 = -K_0 P \frac{\partial p_v}{\partial S_w}, \text{ kg / m s}$$

$$K_8 = -K_0 P \frac{\partial p_v}{\partial T}, \text{ kg / m s K}$$

$$K_9 = \frac{(P - p_v) M_a k_g}{RT \mu_g} + K_0 p_v, \text{ s}$$

$$K_{10} = -\frac{M_a \phi}{R} \left(\frac{P - p_v}{T} + \frac{(1 - S_w)}{T} \frac{\partial p_v}{\partial S_w} \right), \text{ kg / m}^3$$

$$K_{11} = -\frac{M_a \phi}{R} \left\{ \frac{P}{T^2} - \frac{PS_w}{T^2} + (1 - S_w) \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p_v}{T} \right) \right\}, \text{ kg / m}^3 \text{ K}$$

$$K_{12} = \frac{M_a \phi (1 - S_w)}{RT}, \text{ s / m}^2$$

$$K_{13} = -\lambda D_w \rho_w \phi, \text{ W / m}$$

$$K_{14} = k_{eff}, \text{ W / m K}$$

$$K_{15} = -\frac{k_w}{\mu_w} \rho_w \lambda, \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$K_{16} = -\lambda \phi \rho_w, \text{ J / m}^3$$

$$K_v = (\rho c_v)_v, \text{ J / m}^3 \text{ K}$$

$$K_w = 0$$

L = distance (m)

m = mass in representative elementary volume (kg)

M = air molecular weight (kg / kmol)

n = total flux (kg / m s)

P = total pressure (Pa)

R = universal gas constant (J / kmol K)

$$R_v = R / M_v \text{ (J / kg K)}$$

สัญลักษณ์กำกับล่าง

a = air

amb = ambient

eff = effective

i = initial

g = gas

s = solid matrix

w = water

v = vapor

S = saturation

T = temperature (°C)

V = volume (m³)

x = molar fraction

Greek letters

λ = latent heat of vaporization (J / kg)

μ = dynamic viscosity (Pa.s)

ϕ = porosity

ρ = density (kg / m³)